Technical Note

C887T0021, valid for C-886, C-887, H-xxx
EMa, BRo, 11/27/2017

Bewegungen des Hexapods

Position und Orientierung im Raum, Drehpunkt

Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG, Auf der Roemerstrasse 1, 76228 Karlsruhe, Germany
Phone +49 721 4846-0, Fax +49 721 4846-1019, Email info@pi.ws, www.pi.ws

Position und Orientierung im Raum

Die räumliche Lage des Hexapods, d.h. die Kombination seiner Position und Orientierung im dreidimensionalen Raum, wird in diesem Dokument zur Vereinfachung als „Pose" bezeichnet.

Die Pose eines Hexapods wird durch 6 Koordinaten definiert:

Translation_X, Translation_Y, Translation_Z, Angle_U, Angle_V, Angle_W

Eine Pose kann mit folgendem Befehl kommandiert werden:

MOV X Translation_X **Y** Translation_Y **Z** Translation_Z **U** Angle_U **V** Angle_V **W** Angle_W

Die Koordinaten Translation_x, Translation_y, Translation_z bezeichnen eine kartesische Verschiebung, und die Koordinaten Angle_u, Angle_v, Angle_w bezeichnen eine Drehung im Raum.

Zusätzlich ist ein Drehpunkt aus drei Koordinaten (P_R, P_S, P_T) definiert, auf den sich die 6 Koordinaten für die Pose des Hexapods beziehen.

Wenn die Werkseinstellungen für Koordinatensystem und Drehpunkt verwendet werden, liegt der Drehpunkt nach einer Referenzfahrt im Ursprung des Koordinatensystems (0,0,0), siehe dazu die Maßzeichnung des Hexapods.

Der Drehpunkt bewegt sich immer zusammen mit der Plattform des Hexapods.

In Abhängigkeit vom aktiven Koordinatensystem kann der Drehpunkt mit dem Befehl SPI aus dem Ursprung des Koordinatensystems heraus in X- und/oder Y- und/oder Z-Richtung verschoben werden. Der mit dem Befehl SPI verschiebbare Drehpunkt wird auch als „Pivotpunkt" bezeichnet.

Der Pivotpunkt kann mit folgendem Befehl gesetzt werden

SPI R P_R **S** P_S **T** P_T

Weitere Details zum Drehpunkt siehe " Die Rolle des Drehpunktes bei der Definition der Pose" (S. 5).

Zusätzlich zu den Werkseinstellungen für Koordinatensystem und Drehpunkt kann der Anwender eigene Koordinatensysteme definieren. Für die Arbeit mit anwenderdefinierten Koordinatensystemen siehe die Technical Note C887T0007.

Definition der Drehung

Die drei Winkel Angle_U, Angle_V, Angle_W beschreiben eine Orientierung im Raum. Die zugehörige Konvention wird auch als „Kardan-Matrix“ oder „Kardan-Drehung“ bezeichnet.

Angle_U bezeichnet eine Drehung um die X-Achse, Angle_V eine Drehung um die Y-Achse und Angle_W eine Drehung um die Z-Achse.

Diese Elementardrehungen werden nacheinander ausgeführt, wobei die Reihenfolge der Drehungen zu beachten ist.

Bitte beachten: In den beiden folgenden Abschnitten werden Drehungen rechnerisch (S. 3) und grafisch (S. 4) dargestellt. Die beiden Darstellungsformen unterscheiden sich durch das zugrunde liegende Koordinatensystem: Die eine Darstellung bezieht sich auf ein raumfestes Koordinatensystem, während sich die andere Darstellung auf ein mitdrehendes Koordinatensystem bezieht.

Rechnerische Darstellung der Drehung durch eine Drehmatrix

Im Folgenden ist beschrieben, wie und in welcher Reihenfolge die Winkel Angle_U, Angle_V, Angle_W rechnerisch für eine Orientierungsänderung ausgewertet werden:

Die resultierende Drehmatrix ist hier durch R bezeichnet.

$$Ur = \frac{Angle\_U\,\Pi}{180}$$

$$Vr = \frac{Angle\_V\,\Pi}{180}$$

$$Wr = \frac{Angle\_W\,\Pi}{180}$$

$$\mathrm{Rx}(Ur) := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(Ur) & -\sin(Ur) \\ 0 & \sin(Ur) & \cos(Ur) \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{Ry}(Vr) := \begin{bmatrix} \cos(Vr) & 0 & \sin(Vr) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(Vr) & 0 & \cos(Vr) \end{bmatrix}$$

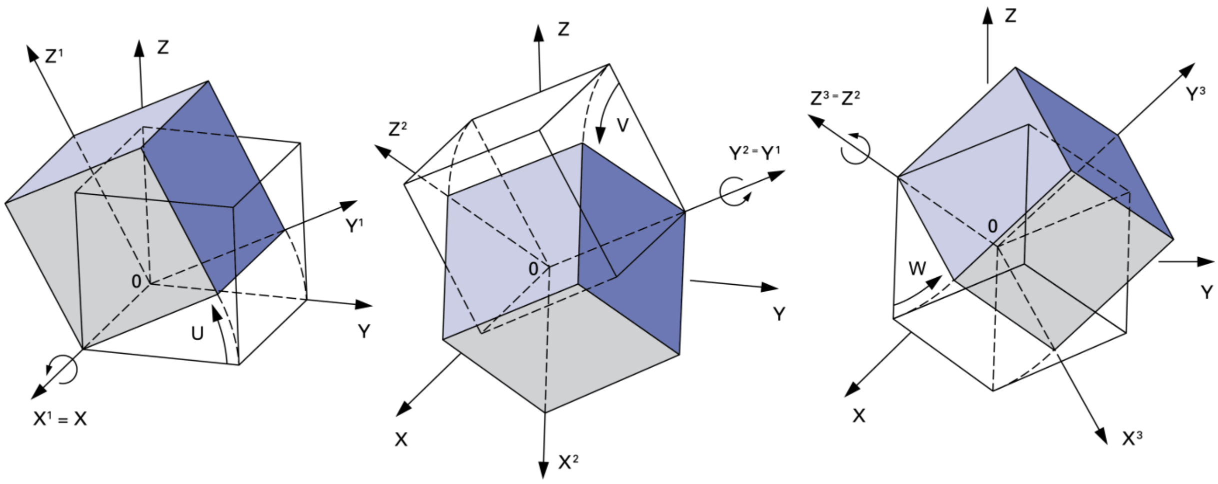
$$\mathrm{Rz}(Wr) := \begin{bmatrix} \cos(Wr) & -\sin(Wr) & 0 \\ \sin(Wr) & \cos(Wr) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{R}(Ur, Vr, Wr) := \mathrm{Rx}(Ur)\ .\ \mathrm{Ry}(Vr)\ .\ \mathrm{Rz}(Wr)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos(Vr)\cos(Wr) & -\cos(Vr)\sin(Wr) & \sin(Vr) \\ \cos(Ur)\sin(Wr)+\sin(Ur)\sin(Vr)\cos(Wr) & \cos(Ur)\cos(Wr)-\sin(Ur)\sin(Vr)\sin(Wr) & -\sin(Ur)\cos(Vr) \\ \sin(Ur)\sin(Wr)-\cos(Ur)\sin(Vr)\cos(Wr) & \cos(Ur)\sin(Vr)\sin(Wr)+\sin(Ur)\cos(Wr) & \cos(Ur)\cos(Vr) \end{bmatrix}$$

Grafische Veranschaulichung der Drehung

Die folgende Grafik veranschaulicht die Orientierung, die den 3 Koordinaten Angle_U, Angle_V, Angle_W zugeordnet ist.



Die Reihenfolge der dargestellten Körper von links nach rechts entspricht der Reihenfolge der Elementardrehungen der Hexapod-Plattform beim Erreichen der Pose:

1. Drehung um die X-Achse (linker Körper) um den Winkel Angle_U.
2. Drehung um die transformierte Y-Achse (mittlerer Körper) um den Winkel Angle_V
3. Drehung um die transformierte Z-Achse (rechter Körper) um den Winkel Angle_W.

Definition der Pose durch 6 Koordinaten

Sei eine Pose des Hexapods durch folgende 6 Koordinaten gegeben:

Translation_X, Translation_Y, Translation_Z, Angle_U, Angle_V, Angle_W

Bei der Kommandierung von Bewegungen wird mit der oben beschriebenen Drehmatrix R der Ortsvektor P1 (Px,Py,Pz) der Hexapod-Plattform in einen Ortsvektor P2 transformiert:

$P2^T = R*P1^T + (Translation\_X, Translation\_Y, Translation\_Z)^T$

In dieser Darstellung wird angenommen, dass der Drehpunkt der Hexapod-Plattform in der Initialisierungspose (in der Regel nach der Referenzfahrt) die Koordinaten (0,0,0) hat.

Bewegungen bei einem Drehpunkt ungleich (0,0,0) siehe S. 6.

Reihenfolge der Kommandierung von Bewegungen

Die Pose der Hexapod-Plattform ist bei gegebenem Drehpunkt durch die 6 Koordinaten

Translation_X, Translation_Y, Translation_Z, Angle_U, Angle_V, Angle_W

eindeutig bestimmt.

Alle Sequenzen relativer oder absoluter Bewegungsbefehle sind bezüglich der resultierenden Endpose gleichwertig, wenn die 6 Koordinaten nach der Bewegung dieselben Werte haben.

Durch die Kommandierung eines Teils der 6 Koordinaten werden die Werte genau dieser Koordinaten geändert oder neu definiert. Die Reihenfolge der Elementardrehungen ist dabei unabhängig von der Kommandierung einzelner Koordinaten.

Die Rolle des Drehpunktes bei der Definition der Pose

Wenn Translationen im Raum mit Orientierungsänderungen im Raum verbunden werden, kann dies auf verschiedene Weise beschrieben werden. Bei Hexapoden wird mit dem Drehpunkt gearbeitet.

Definition Drehpunkt:

Ein Drehpunkt ist ein spezieller Punkt des zu bewegenden Starrkörpers. Er muss nicht innerhalb dieses Starrkörpers liegen, ist aber seinem Wesen nach ein Teil dieses Starrkörpers. Der Drehpunkt wird bei allen Bewegungen im Raum, die durch die 6 Koordinaten beschrieben werden, mitbewegt.

In obiger Abbildung sei der Drehpunkt als roter Punkt gekennzeichnet.

Durch den Befehl SPI kann der Drehpunkt (auch: Pivotpunkt) der Hexapod-Plattform verschoben werden; er ist danach mit einem anderen Ort der Hexapod-Plattform verbunden.

Eine bestimmte Pose Translation_X, Translation_Y, Translation_Z, Angle_U, Angle_V, Angle_W kann auf verschiedene Weise erreicht werden:

- Drehen der Hexapod-Plattform mit Angle_U, Angle_V, Angle_W um den Drehpunkt und nachfolgende Translation mit Translation_X, Translation_Y, Translation_Z

oder

- Translation der Hexapod-Plattform mit Translation_X, Translation_Y, Translation_Z und nachfolgende Drehung mit Angle_U, Angle_V, Angle_W um den (bei der Translation mitbewegten) Drehpunkt

Beide Vorschriften führen zu derselben Pose der Hexapod-Plattform. Hier wird auch deutlich, dass die Richtungen der Translation nicht durch die Drehungen beeinflusst werden.

Bewegungen bei einem Drehpunkt ungleich (0,0,0)

Werden die Koordinaten des Drehpunkts von den Werten (0,0,0) auf Werte ungleich (0,0,0) geändert (z. B. mit dem Befehl SPI), so führt die Kommandierung von Bewegungen bei unveränderten Werten für Translation_X, Translation_Y, Translation_Z, Angle_U, Angle_V, Angle_W im allgemeinen zu unterschiedlichen Posen.

Ein Bewegungsbefehl mit Werten für Translation_X, Translation_Y, Translation_Z, Angle_U, Angle_V, Angle_W, der zusammen mit einem Drehpunkt P(Px,Py,Pz) ausgewertet wird, führt zu folgender Abbildung

$$P2^T = R*(P1^T - (Px,Py,Pz)^T) + (Px,Py,Pz)^T + (Translation\_X,Translation\_Y,Translation\_Z)^T$$

Damit wird der Ortsvektor P1 (Px,Py,Pz) der Hexapod-Plattform in einen Ortsvektor P2 transformiert.